

複素数を用いた社会ネットワーク分析の手法

南山大学 杉原桂太

1 目的

本報告の目的は、従来の隣接行列に対して、虚数単位 i も用いるエルミート隣接行列の有用性を指摘し、エルミート隣接行列の絶対値最大固有値に社会ネットワーク上の意味を与えることである。

2 方法

有向グラフ $X = (V, E)$ について、隣接行列とエルミート隣接行列は次のように定義される。エルミート隣接行列は、無向グラフの実対称行列と同じく対角化可能であり、べき乗法によって固有ベクトルと固有値を求めることができる。

$$A_{uv} = \begin{cases} 1 & \text{if } uv \in E \\ 0 & \text{if } uv \notin E \end{cases} \quad H_{uv} = \begin{cases} 1 & \text{if } uv \text{ and } vu \in E \\ i & \text{if } uv \in E \text{ and } vu \notin E \\ -i & \text{if } uv \notin E \text{ and } vu \in E \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

3 結果

無向グラフの固有ベクトル中心性の無限級数の収束アプローチと有向グラフのエルミート隣接行列の無限級数の収束アプローチでは双方の最大、絶対値最大固有値に同じ意味を与えることができる。

	無限級数の収束アプローチ	連立一次方程式アプローチ
無向グラフの隣接行列	べき乗法により右と同じ。 最大固有値の意味	べき乗法により左と同じ。 最大固有値の意味は下と同じ。
有向グラフのエルミート隣接行列	べき乗法により右と同じ。 絶対値最大固有値の意味	べき乗法により左と同じ。 絶対値最大固有値の意味は上と同じ。

4 結論

以上から、有向グラフのエルミート隣接行列の絶対値最大固有値の固有ベクトルの各成分を複素平面上に配置して2次元ベクトルとして考察することが有用であるという示唆が得られた。

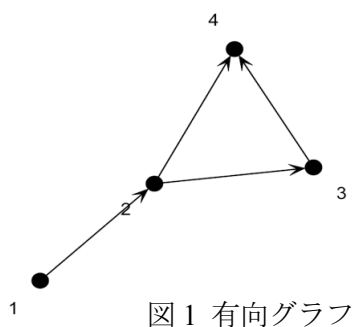


図1 有向グラフ

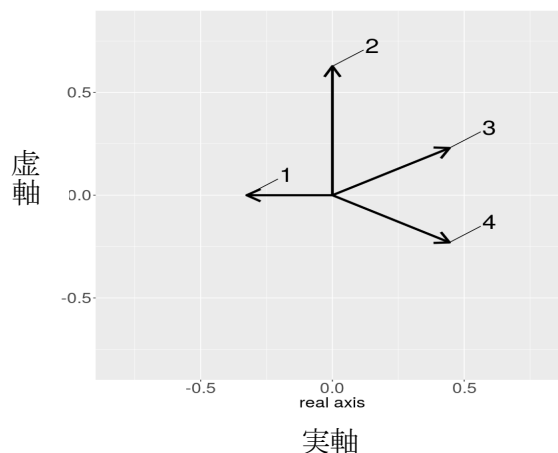


図2 図1の有向グラフのエルミート隣接行列の絶対値最大固有値（正值）に対する固有ベクトルの各成分を配置した複素平面

文献

- Bonacich, P. 1972, “Factoring and weighting approaches to status scores and clique identification”, *Journal of Mathematical Sociology* :2 113-120.
- Guo, K. J. 2015, “Simple eigenvalues of graphs and digraphs”, *Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in the Department of Mathematics of the Faculty of Science of Simon Fraser University*.